

*Notes  
de cours*

# Fonction Racine Carrée

par Francis Lau de **Tutorat A+ Tutoring**  
[www.goforaplus.com](http://www.goforaplus.com)

**Tutorat**  **Tutoring**

# La Fonction Racine Carrée

par Francis Lau de  
Tutorat **A+** Tutoring

*Ce livre électronique est dédié à tous mes étudiant(e)s. Votre succès est ce qui m'inspire à travailler fort pour continuer à vous offrir plus de contenu de qualité.*

Les informations contenues dans La Fonction Racine Carrée sont des stratégies, trucs et astuces qui sont mes propres recommandations et la lecture de ce guide ne garantit pas que les résultats reflètent exactement les miens. J'ai, l'auteur, fait tous les efforts raisonnables pour fournir des informations à jour et exactes pour les lecteurs de ce guide. Je ne vais pas être tenu responsable des erreurs ou omissions involontaires qui pourraient être trouvées. Le matériel contenu dans La Fonction Racine Carrée peut inclure des informations, produits ou services par des tiers. Ces matériels de tiers comprennent des produits et des opinions exprimées par leurs propriétaires. Je, l'auteur de ce guide, ne tiens pas à assumer la responsabilité ou l'obligation pour tout matériel de tiers ou de ses opinions. La publication de ces documents de tiers ne constitue pas ma garantie de toute information, d'instruction, d'opinion, de produits ou de services contenus dans le matériel de tiers. L'utilisation du matériel recommandé ne garantit pas que les résultats avec La Fonction Racine Carrée sera à l'image de nos propres résultats. Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite, transmis ou revendu en totalité ou en partie, sous quelque forme, sans le consentement préalable écrit de l'auteur. Toutes les marques et marques déposées apparaissant dans La Fonction Racine Carrée sont la propriété de leurs propriétaires respectifs. Les informations contenues dans ce guide sont à titre informatif seulement. Il est possible que des liens contenus dans ce guide puissent me bénéficier financièrement. Les utilisateurs de ce guide sont invités à faire preuve de diligence raisonnable quand il s'agit de prendre des décisions. En lisant ce guide, vous acceptez que moi-même et mon entreprise ne soyons pas responsables de la réussite ou de l'échec de vos décisions au sujet des renseignements présentés dans le présent document.

# Table des matières

---

<b>1. Rationalisation</b>	<b>4</b>
Lois des Racines	4
Réduction du Radicande	4
Rationalisation du Dénominateur	5
<b>2. La Fonction Racine Carré</b>	<b>7</b>
<b>3. Faire Esquisse</b>	<b>9</b>
<b>4. Cherche les Restrictions</b>	<b>11</b>
<b>5. Résoudre l'Équation</b>	<b>12</b>
<b>6. Résoudre l'Inéquation</b>	<b>13</b>
<b>7. Recherche la Règle</b>	<b>14</b>
Sommet et un Point Quelconque	14
<b>8. Recherche la Règle de la Réciproque</b>	<b>16</b>

# 1. Rationalisation

## Lois des Racines

1.  $\sqrt[n]{a} = b \xleftrightarrow{\text{inverse}} b^n = a$
2.  $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$
3.  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$
4.  $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
5.  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

## Réduction du Radicande

**N.B.:** Il faut utiliser des facteurs de carré

4,9,16,25,36,49,64,81,100,121,144,169,196,225, ....

Ex 1a:

Question: Réduit  $\sqrt{500}$

Réponse:  $\sqrt{100 \times 5}$

$$= \sqrt{100} \times \sqrt{5}$$

$$= 10\sqrt{5}$$

Trouve un facteur de carré.

On peut les séparer parce que c'est une multiplication.

On simplifie.

Ex 1b:

Question: Réduit  $\sqrt{98}$

Réponse:  $\sqrt{49 \times 2}$

$$= \sqrt{49} \times \sqrt{2}$$

$$= 7\sqrt{2}$$

Trouve un facteur de carré.

On peut les séparer parce que c'est une multiplication.

On simplifie.

Ex 1c:

Question: Réduit  $5\sqrt{8} - 2\sqrt{27} + 2\sqrt{75} - 3\sqrt{18}$

Réponse:  $5\sqrt{4 \times 2} - 2\sqrt{9 \times 3} + 2\sqrt{25 \times 3} - 3\sqrt{9 \times 2}$  Trouve un facteur de carré.  
 $= 5\sqrt{4}\sqrt{2} - 2\sqrt{9}\sqrt{3} + 2\sqrt{25}\sqrt{3} - 3\sqrt{9}\sqrt{2}$  On peut les séparer parce que c'est une multiplication.  
 $= 10\sqrt{2} - 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 9\sqrt{2}$  On simplifie.  
 $= \sqrt{2} + 4\sqrt{3}$  On simplifie.

## Rationalisation du Dénominateur

Ex 1d:

Question: Rationalise le dénominateur de  $\frac{3}{\sqrt{5}}$

Réponse:  $\frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$  Multiplier la valeur de dénominateur au numérateur et au dénominateur.  
 $= \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}$   $\sqrt{5}\sqrt{5} = \sqrt{5^2} = 5$   
 $= \frac{3\sqrt{5}}{5}$  On simplifie.

Ex 1e:

Question: Rationalise le dénominateur de  $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

Réponse:  $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$  Multiplier la valeur de dénominateur au numérateur et au dénominateur.  
 $= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$   $\sqrt{3}\sqrt{3} = \sqrt{3^2} = 3$   
 $= \frac{\sqrt{3} - 3}{3}$  On simplifie.

Ex 1f:

Question: Rationalise le dénominateur de  $\frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

Réponse:  $\frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-2\sqrt{3}} \times \frac{5\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{5\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$

$$= \frac{5\sqrt{2}\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\sqrt{3}}{(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})(5\sqrt{2}+2\sqrt{3})}$$

$$= \frac{5 \times 2 + 2\sqrt{2} \times 3}{38}$$

$$= \frac{10 + 2\sqrt{6}}{38}$$

Multiplier la conjuguée de dénominateur au numérateur et au dénominateur.

Au dénominateur, c'est une différence au carré.

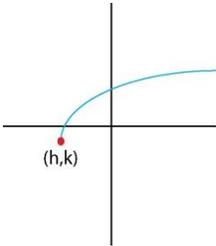
$$\begin{aligned} & (5\sqrt{2}-2\sqrt{3})(5\sqrt{2}+2\sqrt{3}) \\ &= 25\sqrt{2}\sqrt{2} + 10\sqrt{2}\sqrt{3} - 10\sqrt{2}\sqrt{3} - 4\sqrt{3}\sqrt{3} \\ &= 50 - 12 = 38 \end{aligned}$$

On simplifie.

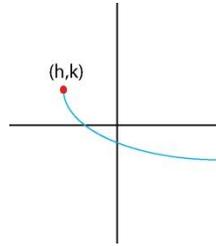
## 2. La Fonction Racine Carré

$$f(x) = a\sqrt{b(x-h)} + k$$

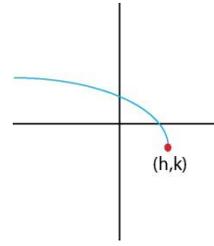
$$a > 0 \\ b > 0$$



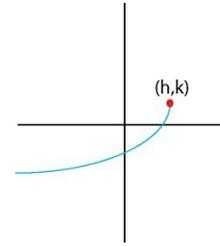
$$a < 0 \\ b > 0$$



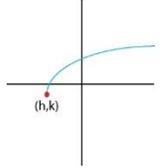
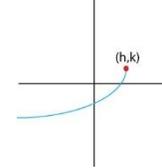
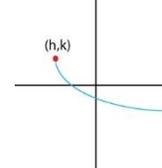
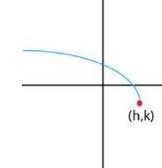
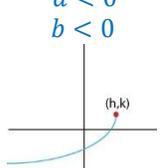
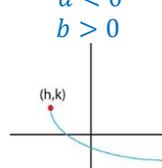
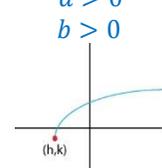
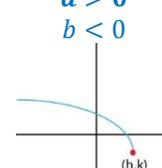
$$a > 0 \\ b < 0$$



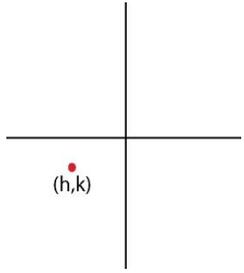
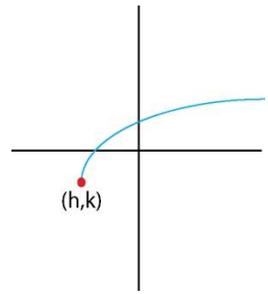
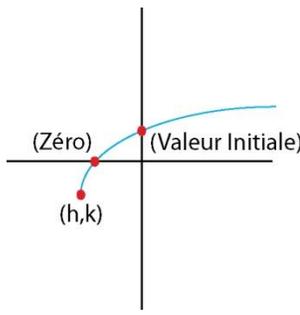
$$a < 0 \\ b < 0$$



- ✓  $(h, k)$  représente le point de départ pour la fonction racine carrée.
- ✓ La fonction racine carrée est la fonction inverse de la fonction quadratique (parabole).

Propriété	Réponse		Valeur de		
<b>Sommet</b>	$(h, k)$		$\emptyset$		
<b>Domaine</b>	$b > 0$ $[h, \infty[$	$b < 0$ $] - \infty, h]$	$x$		
<b>Image (Codomaine)</b>	$a > 0$ $[k, \infty[$	$a < 0$ $] - \infty, k]$	$y$		
<b>Zéro (Abscisse à l'origine)</b>	Zéro existe seulement si $a$ et $k$ ont des signes contraires ou $k = 0$ . Mettre $y = 0$ Trouve $x = ?$		$x$		
<b>Valeur Initiale (Ordonnée à l'origine)</b>	Valeur initiale existe seulement si $b$ et $h$ ont des signes contraires ou $h = 0$ . Mettre $x = 0$ Trouve $y = ?$		$y$		
<b>Taux de Variation (Se fie toujours au esquisse, c'est plus facile)</b>	<b>Croissante :</b> $a > 0$ $b > 0$  $[h, \infty[$	$a < 0$ $b < 0$  $] - \infty, h]$	<b>Décroissante :</b> $a < 0$ $b > 0$  $[h, \infty[$	$a > 0$ $b < 0$  $] - \infty, h]$	$x$
<b>Signe (Positif et Négatif)</b>	(Se fie toujours au esquisse, c'est plus facile)		$x$		
<b>Extremum</b>	$a < 0$ $b < 0$  Max : $k$ Min : $\emptyset$	$a < 0$ $b > 0$  Max : $\emptyset$ Min : $k$	$a > 0$ $b > 0$  Max : $\emptyset$ Min : $k$	$a > 0$ $b < 0$  Max : $\emptyset$ Min : $k$	$y$

### 3. Faire Esquisse

1	Identifie les variables à partir de la règle, $(a, b, h, k)$	
2	Trouver $(h, k)$ et le mettre sur le graphique.	
3	Identifie si $a$ est positive ou négative Identifie si $b$ est positive ou négative	
4	Trace le graphique en basant sur les 4 graphiques dans la section 2 de ce document.	
5	Parfois, les professeurs demandent de mettre les zéros et la valeur initiale sur l'esquisse.	

Ex 3a:

**Question:** Faire l'étude de la fonction  $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{4x+8} - 3$

**Réponse:**  $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{4(x+2)} - 3$

$$a = \frac{1}{2} \qquad h = -2$$

$$b = 4 \qquad k = -3$$

**Dom :**  $[-2, \infty[$

**Image :**  $[-3, \infty[$

$$0 = \frac{1}{2}\sqrt{4(x+2)} - 3$$

$$6 = \sqrt{4(x+2)}$$

$$36 = 4(x+2)$$

$$9 = x+2$$

$$x = 7$$

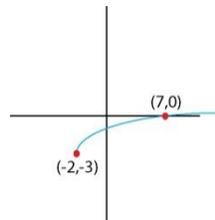
**Zéro :**  $\{7\}$

$$f(0) = \frac{1}{2}\sqrt{4(0+2)} - 3$$

$$f(0) = \frac{1}{2}\sqrt{8} - 3$$

$$f(0) = \sqrt{2} - 3$$

**Valeur initiale :**  $\sqrt{2} - 3$



**Croissant :**  $[-2, \infty[$

**Décroissant :**  $\emptyset$

$$f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [7, \infty[$$

$$f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [-2, 7]$$

**Max :**  $\emptyset$

**Min :**  $-3$

Mettre sous forme

$$f(x) = a\sqrt{b(x-h)} + k$$

Identifie les variables  $a, b, c, h, k$

$$b > 0$$

$$a > 0$$

Trouver le zéro

Pour enlever la racine carrée, on élève au carré dans les 2 côtés de l'équation.

La réponse peut être validée en regardant si elle est dans le domaine.

Trouver la valeur initiale

Esquisse de la fonction.

Taux de variation.

Signe : positif et négatif

## 4. Cherche les Restrictions

$$f(x) = a\sqrt{b(x-h)} + k$$

Restrictions (en effet c'est le domaine de la fonction):

$$b(x-h) \geq 0$$

Ex 4a:

Question: Cherche les restrictions de cette fonction

$$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{4x+8} - 3$$

Réponse:  $y = \frac{1}{2}\sqrt{4x+8} - 3$

Restrictions :

$$4x + 8 \geq 0$$

$$4x \geq -8$$

$$x \geq -2$$

Cherche les restrictions

La restriction est aussi le domaine.

## 5. Résoudre l'Équation

Ex 5a:

**Question:** Résous  $\frac{1}{2}\sqrt{4x+8} - 1 = 2$

**Réponse:**  $\frac{1}{2}\sqrt{4x+8} - 1 = 2$

Restrictions :

$$4x + 8 \geq 0$$

$$4x \geq -8$$

$$x \geq -2$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{4(x+2)} = 3$$

Cherche les restrictions (c'est aussi le domaine)

Isoler le  $x$

On isole jusqu'à la racine carrée.

$$\sqrt{4(x+2)} = 6$$

On voit que la racine carrée égale à un nombre positif, donc on peut continuer à chercher la variable  $x$ .

$$4(x+2) = 36$$

Pour enlever la racine carrée, on élève au carré dans les 2 côtés de l'équation.

$$x + 2 = 9$$

$$x = 7$$

La réponse est dans le domaine.

Ex 5b:

**Question:** Résous  $2\sqrt{x-5} - 1 = -5$

**Réponse:**  $2\sqrt{x-5} - 1 = -5$

Restrictions :

$$x - 5 \geq 0$$

$$x \geq 5$$

$$2\sqrt{x-5} = -4$$

Cherche les restrictions (c'est aussi le domaine)

Isoler le  $x$

On isole jusqu'à la racine carrée.

$$\sqrt{x-5} = -2$$

On voit que la racine carrée égale à un nombre négatif, donc on ne peut pas continuer à chercher la variable  $x$ .

La racine carrée donne toujours un nombre positif.

$$S = \{\emptyset\}$$

## 6. Résoudre l'Inéquation

Ex 6a:

Question: Résous  $-2\sqrt{x+3} + 1 \geq -1$

Réponse:

$$-2\sqrt{x+3} + 2 \geq 0$$

$$-2\sqrt{x+3} + 2 = 0$$

Restrictions :

$$x + 3 \geq 0$$

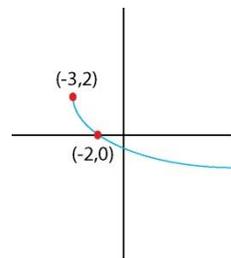
$$x \geq -3$$

$$-2\sqrt{x+3} = -2$$

$$\sqrt{x+3} = 1$$

$$x + 3 = 1$$

$$x = -2$$



$$x \in [-3, -2]$$

Mettre un côté de l'équation à 0.

À ce point, c'est comme si qu'on cherche le signe positif de cette fonction  $-2\sqrt{x+3} + 2$

On résout avec une égale dans l'équation.

Cherche les restrictions (c'est aussi le domaine)

Isoler jusqu'à la racine carrée.

On voit que la racine carrée égale à un nombre positif, donc on peut continuer à chercher la variable  $x$ .

Pour enlever la racine carrée, on élève au carré dans les 2 côtés de l'équation.

C'est le zéro.

Faire l'esquisse de la fonction  $-2\sqrt{x+3} + 2$

On inclut les zéros à cause que la question est  $\geq$ , donc c'est positive.

## 7. Recherche la Règle

$$f(x) = a\sqrt{+(x-h)} + k$$

Ou

$$f(x) = a\sqrt{-(x-h)} + k$$

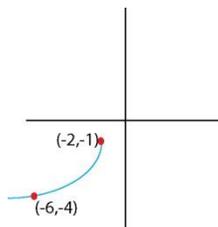
**N.B. :** La valeur de la variable  $b$  est intégrés dans la variable  $a$  mais le signe de la variable  $b$  a besoin être déterminé.

### Sommet et un Point Quelconque

Ex 7a:

**Question:** Sommet  $(-2, -1)$  et un point  $(-6, -4)$ . Trouver la règle de la fonction racine carrée.

**Réponse:**  $(h, k) = (-2, -1)$



Faire l'esquisse de la fonction avec les 2 points.

$$f(x) = a\sqrt{-(x-h)} + k$$

$$f(x) = a\sqrt{-(x+2)} - 1$$

$$-4 = a\sqrt{-(-6+2)} - 1$$

$$-3 = a\sqrt{4}$$

$$-3 = 2a$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

$$f(x) = -\frac{3}{2}\sqrt{-(x+2)} - 1$$

On voit bien que le signe de  $a$  et  $b$  sont négatifs. Donc on utilise la règle avec  $b = -1$

Remplacer  $(h, k)$

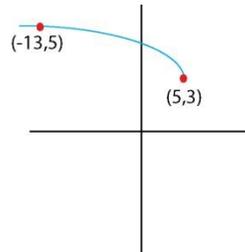
Remplacer  $(-6, -4)$  et chercher la variable  $a$

Écrire la règle en remplaçant les variables.

Ex 7b:

**Question:** Sommet (5,3) et un point (-13,5). Trouver la règle de la fonction racine carrée.

**Réponse:**  $(h, k) = (5, 3)$



Faire l'esquisse de la fonction avec les 2 points.

$$f(x) = a\sqrt{-(x - h)} + k$$

$$f(x) = a\sqrt{-(x - 5)} + 3$$

$$5 = a\sqrt{-(-13 - 5)} + 3$$

$$2 = a\sqrt{18}$$

$$2 = 3a\sqrt{2}$$

$$a = \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{-(x - 5)} + 3$$

$$f(x) = \frac{1}{3}\sqrt{-2(x - 5)} + 3$$

On voit bien que le signe de  $a$  est positif et le signe de  $b$  est négatifs. Donc on utilise la règle avec  $b = -1$

Remplacer  $(h, k)$

Remplacer  $(-13, 5)$  et chercher la variable  $a$

Il faut rationaliser le dénominateur.

Écrire la règle en remplaçant les variables.

Si la variable  $a$  a une racine, on peut le déplacer dans la variable  $b$ .

## 8. Recherche la Règle de la Réciproque

1. Trouver l'image de la fonction racine carrée, cela est le domaine de la fonction réciproque.
2. Inter change  $x$  et  $y$ .
3. Isole le  $y$ .

Ex 8a:

**Question:** Trouve la réciproque de  $f(x) = 4\sqrt{-(x+3)} - 2$

**Réponse:**  $y = 4\sqrt{-(x+3)} - 2$

Image :  $[-2, \infty[$

Image de la fonction racine carrée, le domaine de la fonction réciproque.

$$x = 4\sqrt{-(y+3)} - 2$$

Inter change les variables  $x$  et  $y$ .

$$\frac{1}{4}(x+2) = \sqrt{-(y+3)}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 (x+2)^2 = -(y+3)$$

Pour enlever la racine carrée, on élève au carré dans les 2 côtés de l'équation.

$$\frac{1}{16}(x+2)^2 = -(y+3)$$

$$-\frac{1}{16}(x+2)^2 = y+3$$

$$-\frac{1}{16}(x+2)^2 - 3 = y$$

$$f(x) = -\frac{1}{16}(x+2)^2 - 3, \quad x \in [-2, \infty[$$

C'est important de mettre le domaine, parce que la réciproque est moitié d'une parabole.